

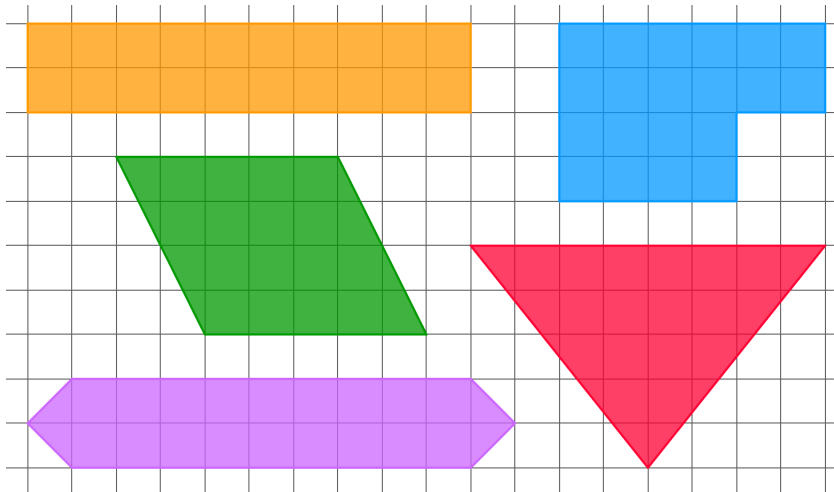
Vingt carreaux

En bref

Tracer sur papier quadrillé dont l'aire est de 20 carreaux et dont le périmètre est le plus petit possible. Ce problème pose des questions difficiles tant sur l'aire que sur le périmètre, il est adapté à la fin du cycle 3

Pour le cycle 3

Introduction du problème



J'ai tracé sur un quadrillage des figures qui ont un point commun : chaque figure contient exactement 20 carreaux du quadrillage.

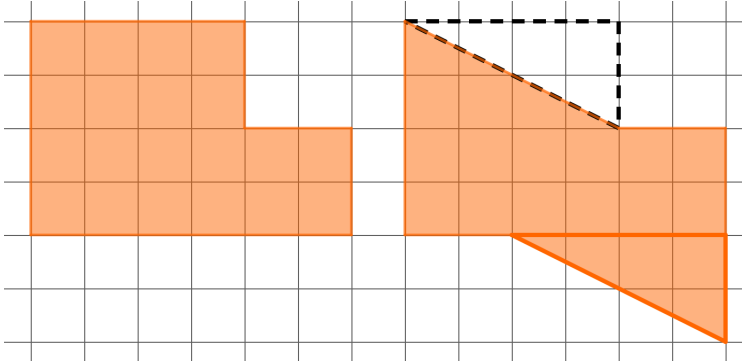
En revanche, ces figures n'ont pas toutes le même périmètre. Si les carreaux ont des côtés de 1 cm, le périmètre de la figure orange mesure 24 cm alors que celui de la figure bleue mesure 20 cm.

Vous devez inventer une figure qui contient elle aussi 20 carreaux et dont le périmètre est le plus petit possible.

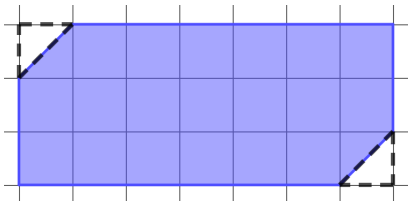
éléments de relance

Si les élèves ont du mal à construire des figures variées contenant exactement 20 carreaux, l'enseignante peut suggérer des procédures :

Partir d'une figure à 20 carreaux déjà connue puis en déplacer un morceau :



Partir d'une figure un peu plus grande puis en supprimer des morceaux :



Quand les élèves commencent à trouver des figures dont les périmètres sont assez petits, la mesure à la règle n'est plus suffisamment précise pour comparer de manière fiable les périmètres. L'enseignante fournit alors une des tables proposées (fichier téléchargeable).

Si les élèves parviennent rapidement à des figures proches de celles que nous proposons en complément, l'enseignante pourra proposer de mener la même recherche pour d'autres aires (par exemple 10, 15, 25 et 30 carreaux).

éléments de preuve

Contrairement à d'autres problèmes, nous proposons ici de donner aux élèves une information sur des résultats mathématiques dont la justification est impossible à leur niveau.

Parmi toutes les figures qui ont une aire de 20cm^2 c'est le disque qui a le plus petit périmètre.

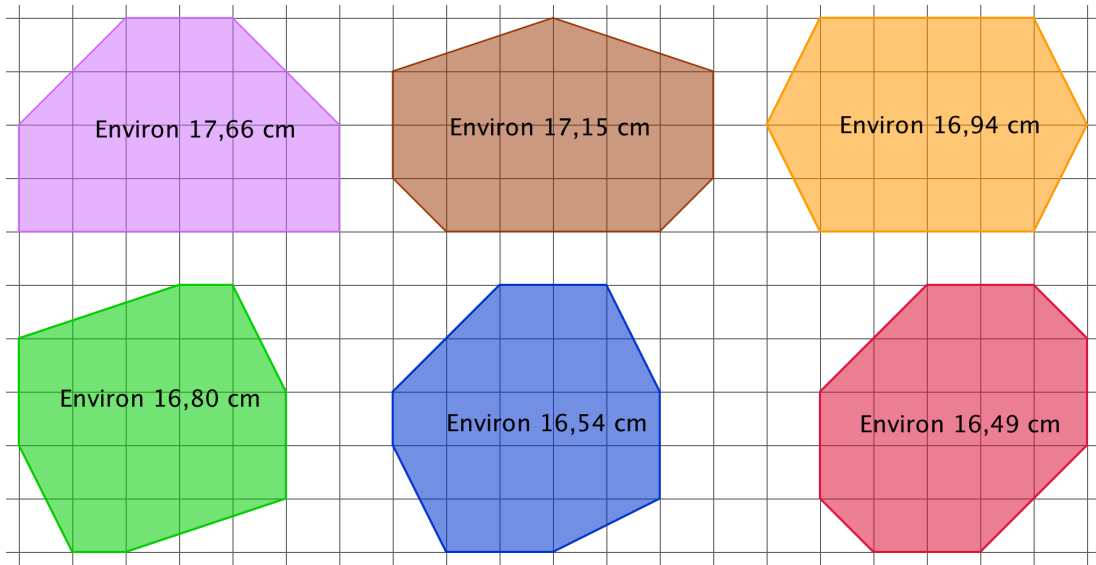
Les mathématiciens savent le prouver, et ils savent aussi calculer ce périmètre.

Le disque qui a pour aire 20cm^2 a un périmètre légèrement plus grand que 15 cm et 8 mm.

Si on fait confiance aux mathématiciens, on ne réussira jamais à obtenir un périmètre plus petit que 15 cm et 8 mm.

Cela ne prouve pas que les figures proposées dans la partie complément sont les meilleures possibles, mais on ne pourra pas trouver de périmètre beaucoup plus petit.

Vingt centimètres carrés



Les trois premières figures sont obtenues à partir d'un rectangle de 24 carreaux auquel on a rogné un triangle dans deux coins ou dans tous les coins. En enlevant les mêmes triangles mais en les disposant différemment, on obtient des figures différentes mais avec la même aire et le même périmètre.

Il en est de même pour les trois dernières figures, obtenues en rognant les coins d'un carré de 25 carreaux.

Ces procédés fournissent des résultats intéressants, mais rien ne prouve qu'ils permettent de trouver le polygone ayant le plus petit périmètre.

Le polygone ci-dessous n'utilise aucun de ces deux procédés, pourtant son périmètre n'est supérieur au meilleur des résultats précédents que d'environ un millimètre.

