9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1... 1000

En bref

Placer des signes d'opération et si besoin est des parenthèses entre les nombres de 9, 8, 7... 1 dans cet ordre afin d'obtenir 1000 ou un nombre proche de 1000

Introduction du problème

Ce problème suppose évidemment que l'usage des parenthèses dans l'écriture d'un calcul soit familier.

L'enseignante écrit des calculs au tableau :

$[(9+8)\times(7+6)\times(5+4)]+3+2+1$

$=[17\times 13\times 9]+3+2+1$

$=[221\times 9]+3+2+1$

$=1989+3+2+1$

$=1995$

puis :

$(9\times 8\times 7)+(6\times 5\times 4)+(3\times 2\times 1)$

$=(72\times 7)+(30\times 4)+6$

$=504+120+6$

$=630$

Les deux calculs que j'ai inventés utilisent les nombres de 1 à 9, écrits dans l'ordre décroissants. Entre les nombres, je choisis les opérations que je veux, et j'écris des parenthèses si j'en ai besoin.

Le but est de trouver un calcul dont le résultat est 1000. Si nous n'y réussissons pas, nous essaierons au moins d'obtenir un résultat proche de 1000. Mes deux exemples ne sont pas excellents, le premier est beaucoup trop grand et le deuxième trop petit.

Attention : il faut vraiment utiliser les 9 nombres. Vous n'avez pas le droit par exemple d'écrire 987 qui est un seul nombre écrit avec le chiffre 9, le chiffre 8 et le chiffre 7.

Remarques

à propos des parenthèses :

L'enseignante varie au tableau la couleur, la taille ou la forme des parenthèses pour faciliter la lecture des calculs.

(9 + (8 x 7) + ((6 - 5) x 4) + 3) x (2 + 1)

(9 + (8 x 7) + ((6 - 5) x 4) + 3) x (2 + 1)

à propos de la division.

Aucune division ne figure dans nos exemple mais il est probable que certains élèves essaieront de s'en servir ou demanderont si c'est possible. La réponse est oui à condition que le quotient (entier ou décimal) soit exact.

On peut diviser 42 par 3 mais pas diviser 40 par 3

On peut diviser 41 par 2 si on utilise le quotient décimal (20,5) et pas le quotient euclidien (20)

Éléments de relance

Il arrivera que des élèves aient l'idée d'une suite d'opérations ayant un résultat intéressant mais qu'ils peinent à l'écrire en ligne. L'enseignantes les aidera ou demandera aux autres élèves d'aider à la mise en forme du calcul.

Deux pistes peuvent aider la recherche :

La décomposition multiplicative du nombre cible : $1000 = 100\times10 = 10\times10\times10 = 2\times5\times2\times5\times2\times5$

Quand il y a plusieurs multiplications, on peut les effectuer dans l'ordre que l'on veut, ça ne change pas le résultat.

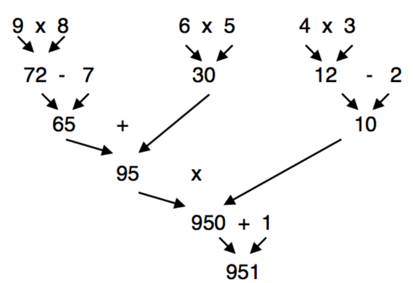
En regroupant comme on le souhaite les nombres 2 et 5, on peut donc écrire 1000 sous la forme 8×125 ou 20×50 ou 25×40… qui sont autant de pistes à explorer.

La division euclidienne : $9+8=17$ en divisant 1000 par 17, on constate que $1000 = (58 \times 17) + 14$

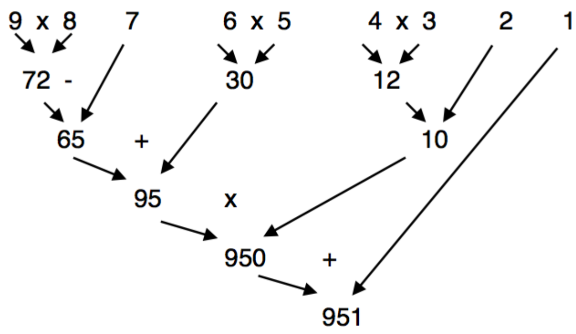
On peut donc chercher à multiplier 17 par un nombre proche de 58 et à corriger ensuite en ajoutant ou soustrayant ce qu'il faut.

Aménagements pour le cycle 2

Le calcul peut être présenté sous forme d'un arbre comme ci-dessous.



On peut abandonner la contrainte sur l'ordre des nombres. Si on souhaite la conserver tout en utilisant la présentation en arbre, il faut imposer l'écriture des nombres de 9 à 1 sur une même ligne et adapter la longueur des flèches, qui ne doivent pas se croiser.



On peut choisir une cible plus petite (adaptée aux capacités en multiplication) et utiliser moins de nombres (de 1 à 7 par exemple).

Prolongements pour le cycle 4

Quand l'équivalence de 3 :4 et 3/4 est connue, on peut proposer une cible fractionnaire comme 3/4 ou 7/3.

On peut également chercher à s'approcher aussi près que possible d'un des nombres irrationnels fréquentés au collège, π ou $\sqrt{2}$ par exemple.

Compléments

Quelques expressions dont la valeur est proche de 1000 ou égale à 1000.

Nous ne proposons ici que des expressions calculables au cycle 3.

Les capacités de calcul avec les nombres relatifs et les fractions augmentent les possibilités en cycle 4.

$(9 \times [8 \times 7 \times (6 - 5 + 4 - 3)]) - 2 - 1 = 1005$

$[9 \times 8 \times (7 + 6 + 5 - 4)] - [3 \times (2 + 1)] = 999$

$[(9 \times 8) + (7 \times 6)] \times (5 + 4) - [(4 \times 3 \times 2) + 1] = 1001$

$(9 + 8 - 7) \times ([(6 + 5) \times (4 + 3 + 2)] + 1) = 1000$

$9 \times ([8 \times (7 + 6)] - 5 + [4 \times 3]) + 2 - 1 = 1000$

$9 \times ([(8 + 7) \times 6] + (5 \times 4) + 3 - 2) + 1 = 1000$

$(9 \times [(8 \times 7) - 6] \times 5 \times 4) : (3 \times [2 + 1]) = 1000$

$9 + ([(8 \times 7) - 6] \times 5 \times 4) - (3 \times [2 + 1]) = 1000$

Et pour quelques autres cibles :

$(9 \times ([8 \times 7] - 6 + 5)) + 4 + 3 - (2 \times 1) = 500$

$(9 + 8 + 7 + 6) \times 5 \times (4 + 3 + 2 + 1) = 1500$

$[(9 \times 8 \times 7) - ([6 - 5] \times 4)] \times (3 + 2 - 1) = 2000$

$(9 \times 8 \times 7 \times 6) - (5 \times 4) - (3 + 2 - 1) = 3000$