De l'importance du vrai et du faux

Faire des mathématiques, c'est tenter de dire des choses vraies à propos d'objets comme les nombres ou les formes géométriques.

La réponse à une question qu'on se pose en mathématique n'est pas bonne ou mauvaise, elle est vraie ou elle est fausse.

L'importance du vrai et du faux n'est, selon moi, pas assez mise en avant dans beaucoup de propositions destinées au cycle 2.
Les propositions que Magali Hersant et moi faisons pour le CP se distinguent dans ce domaine de trois façons :

- *Les élèves peuvent répondre qu'ils ne savent pas.*
- *La vérification matérielle des affirmations mathématiques est effectuée le plus souvent possible.*
- *Un travail sur la vérité des « phrases mathématiques » est proposé.*

Les élèves peuvent répondre qu'ils ne savent pas.

Cette possibilité est explicitement prévue dans de nombreuses situations, par exemple en fournissant trois cartons réponses : « vrai », « faux » et « ? ».
Sans cela, l'habitude est vite prise, quand on ne sait pas, de répondre un peu au hasard ou en se fiant à des indices superficiels et peu pertinents (que semble attendre le maitre ? Quelle était la réponse à la question précédente ?).
Cette attitude est répandue dans les cours de mathématiques et rend difficile pour l'enseignant d'apporter une aide pertinente.
Quelle aide fournir à un élève qui donne une réponse fausse à laquelle il ne croit pas lui-même ?

Insister sur le fait que, quand on ne sait pas, on ne répond pas au hasard, modifie le contrat avec les élèves. Cela diminue la fréquence des fausses erreurs qui ne sont en fait que des tentatives de devinette. C'est à cette condition que l'erreur peut devenir formatrice : si je dis quelque chose que je crois vrai, mais qui se révèle faux, je peux essayer de comprendre pourquoi et comment je me suis trompé.

Dans les cours de préparation au CRPE que j'ai donnés, de nombreux étudiants et étudiantes se disaient « nuls en maths ».
Parmi eux, un grand nombre ne voyaient pas d'inconvénients à fournir une réponse à laquelle ils ne croyaient pas eux-mêmes… juste parce qu'ils avaient appris un truc leur laissant croire que les matheux font comme ça.
S'agissant de personnes intelligentes, cultivées, travailleuses, et ayant des difficultés d'apprentissage locales (ne concernant que les mathématiques), il était facile de convaincre que cette attitude était néfaste.
Il n'en va pas de même avec des enfants : si on leur laisse croire que les mathématiques sont un jeu de devinette dans lequel certains (les plus doués ?) ont plus de chance que d'autres, il est ensuite difficile (pas impossible heureusement) de revenir en arrière.

La vérification matérielle des affirmations mathématiques est effectuée le plus souvent possible.

> Le maitre montre que, dans une boite, il y a des cubes bleus.
> Les élèves constatent qu'il n'y a rien d'autre, sans avoir le temps de compter les cubes.
> Le maitre ajoute solennellement 8 cubes rouges dans la boite : chacun sait qu'il y a maintenant 8 cubes rouges dans la boite.
> Il demande à un élève de compter tous les cubes de la boite, les rouges et les bleus. Celui-ci annonce qu'il y a 23 cubes dans la boite. Le comptage est confirmé par un deuxième élève.
> Combien y a-t-il de cubes bleus dans la boite ?

Lors de la phase finale de mise en commun, de synthèse ou de correction comme on voudra bien l'appeler, il est essentiel que la boite soit ouverte et que l'on constate en les comptant qu'il y a 15 cubes bleus dans la boite.

Cette validation par le matériel peut se faire dès le début de la phase de synthèse ou après un temps bref d'argumentation.
Elle règle de façon définitive la question de savoir quelle est la vérité et permet de se consacrer à d'autres questions comme :

Pourquoi me suis-je trompé ?
Pouvait-on trouver la réponse d'une autre façon ?
Qu'est-ce qui aurait pu me mettre sur la voie ?
Y a-t-il une idée qui pourrait me reservir pour un autre problème ?

Quand il n'y a pas de validation par le matériel :

- ces questions, essentielles pour progresser, sont occultées dans l'esprit des élèves par la question « est-ce que j'ai bon ? »,
- les explications données par l'enseignant (ou ses camarades) à un élève qui s'est trompé ont un double objectif qui n'aide pas à les comprendre : s'agit-il de lui prouver qu'il s'est trompé ou bien de lui expliquer ce qu'il aurait pu faire ?
- enfin, si cet élève ne parvient pas à comprendre les explications de l'enseignant, il lui est demandé d'accepter un argument d'autorité : sa réponse est fausse parce que le maitre dit autre chose et qu'il est le maitre.

Quand un type de question devient suffisamment familier pour que la réponse semble évidente à tous les élèves de la classe, il n'est plus nécessaire de procéder à la validation matérielle, mais il reste important que le matériel soit présent afin qu'on sache de quoi l'on parle.
Demander combien font 6 + 6 ou demander combien il y a de points en tout au dos de ces deux cartes, ce n'est pas équivalent.

6	6

Si les cartes à points sont présentes, on cherche à dire quelque chose de vrai, facilement vérifiable même si on n'éprouve plus la nécessité de le faire.
Dans le cas contraire, il s'agit seulement de retrouver un énoncé appris.
Pour certains élèves il est évident que cet énoncé dit quelque chose de vrai.
Pour d'autres c'est une formule rituelle dont le sens se dilue.

Un travail sur la vérité des « phrases mathématiques » est proposé.

La question de la vérité des énoncés est partout présente. Elle est particulièrement travaillée dans la situation « vrai ou faux » où l'on cherche à distinguer les phrases mathématiques qui disent la vérité des mensonges mathématiques :

$3 + 3 = 6$ ou. $6 + 2 > 6$ disent la vérité

$8 = 5 + 4$ ou $5 < 3 + 2$ ne disent pas la vérité, ce sont des mensonges.

Ce travail permet de donner sa véritable signification au signe « égal », il ne s'agit pas d'annoncer un résultat, mais d'affirmer que deux écritures distinctes désignent en réalité le même nombre.

$5 + 2 = 2 + 5$ $23 = 10 + 10 + 3$ $5 + 5 + 2 = 10 + 2$